

黑洞訊息悖論和有效理論

black-hole information loss paradox and effective theory

賀培銘

臺大物理系

[Ho-Kawai-Yokokura 21]

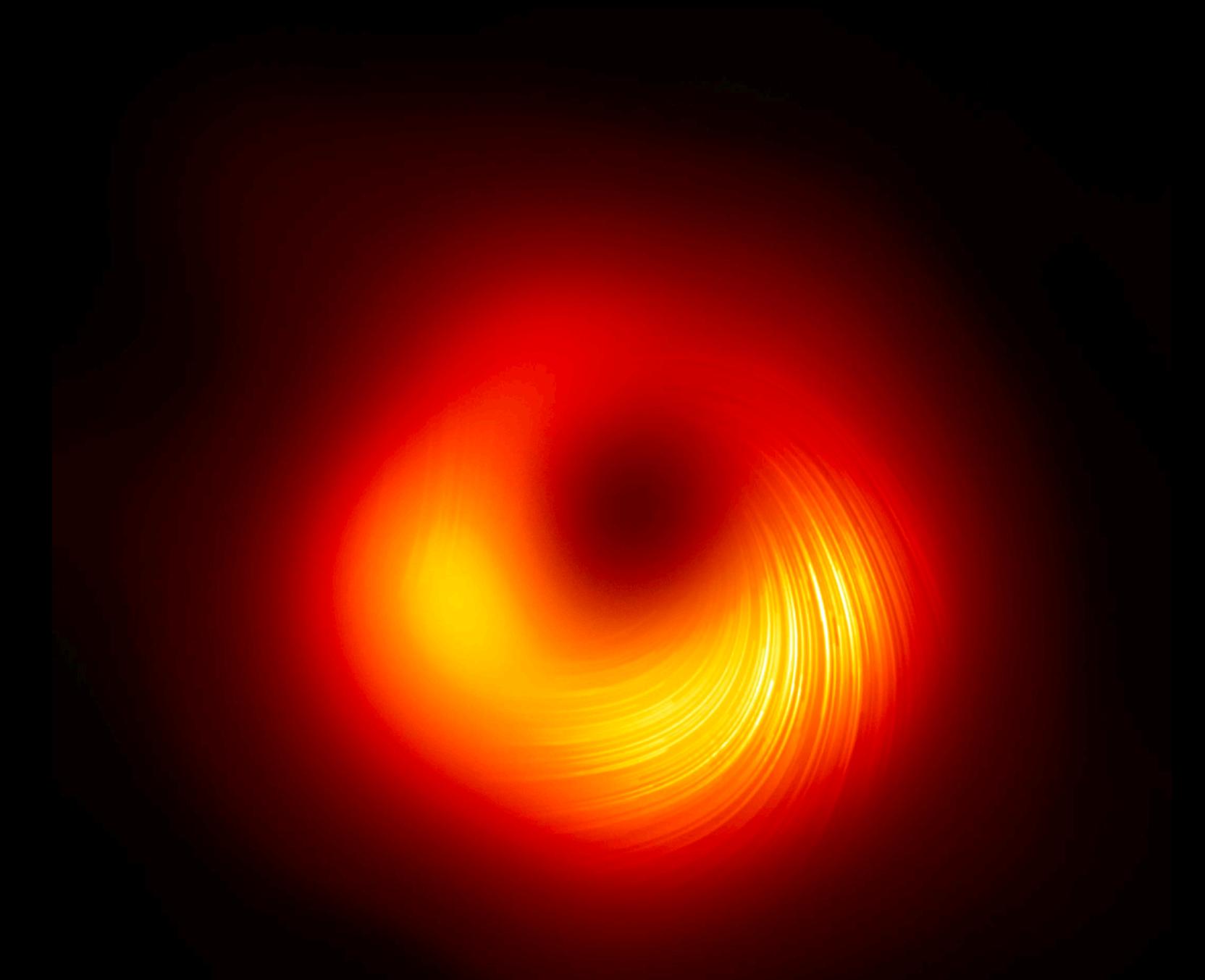
[Ho-Kawai 22]

黑洞 (black holes)

雙黑洞合併 → 重力波

“Event Horizon Telescope”

超大的黑洞 $\sim 10^{11} M_{\odot} \sim 10^{41} kg$



黑洞訊息悖論 (information paradox)

1. 背景知識
2. 為何重要
3. 可能答案

1. 背景知識

在開始研究之前，我們首先要了解一些背景知識。這一部分將會簡要地介紹一些有關機器學習的基本概念、歷史發展以及應用範例。

機器學習是一門研究如何讓電腦從經驗中學習的學科。它結合了統計學、數學、計算機科學和人工智能等領域的知識。通過學習過程，機器學習模型能夠自動地從數據中發現模式並根據這些模式進行預測或決策。

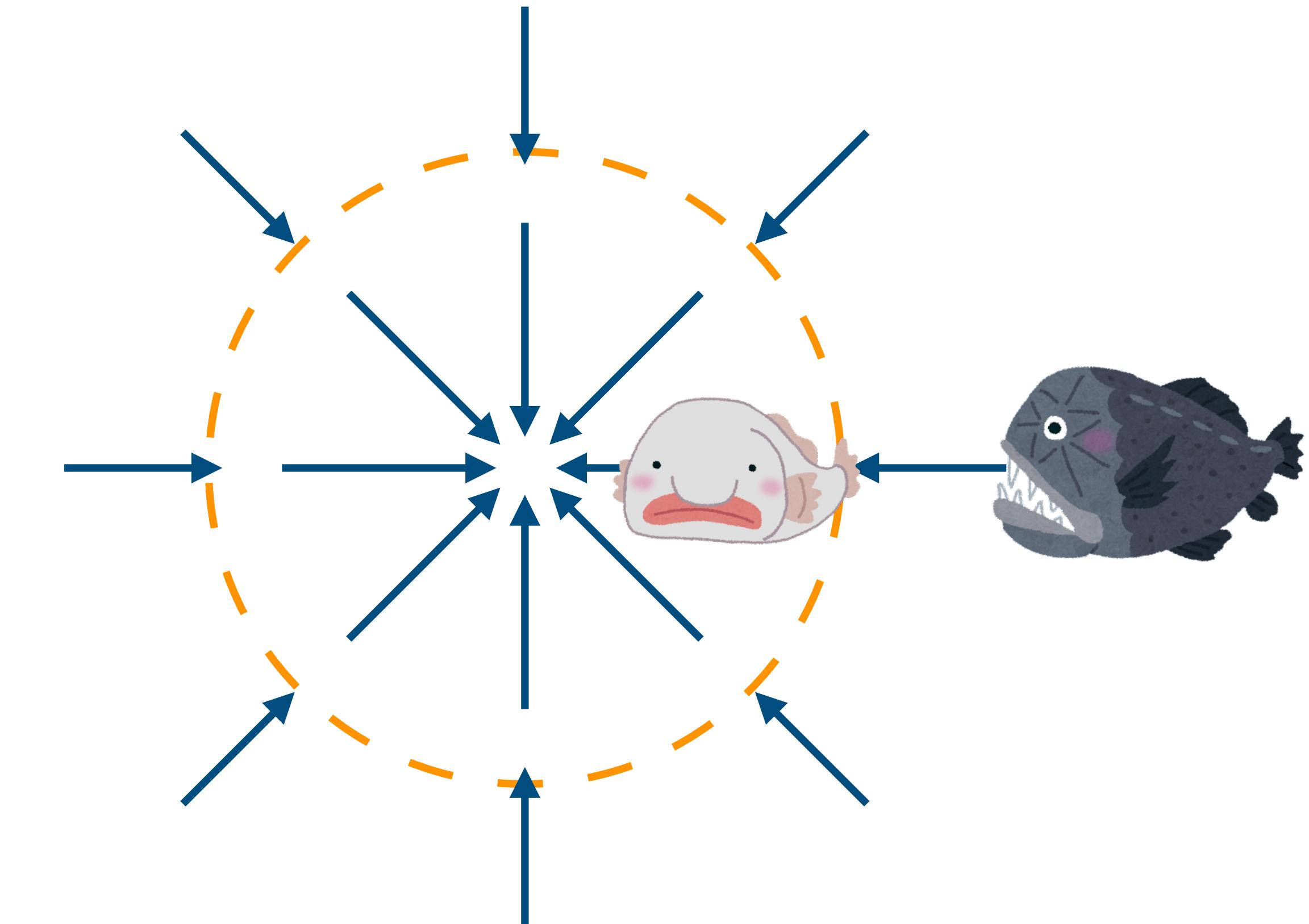
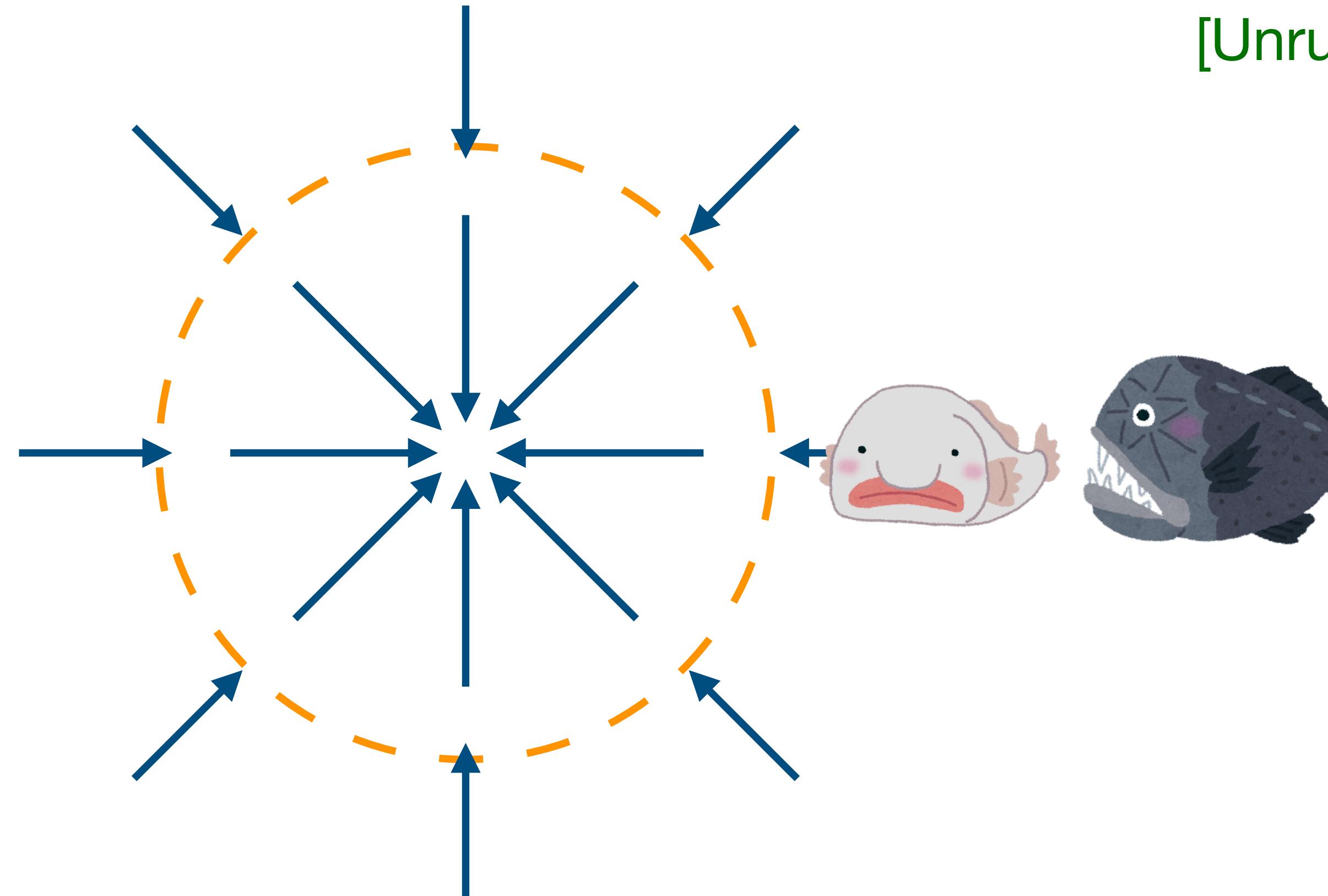
機器學習可以分為三類：監督學習、無監督學習和半監督學習。監督學習是最常見的一種，它需要有標註好的訓練數據集來訓練模型。無監督學習則不需要標註好的數據，而是通過發現數據中的隱含關係來進行分析。半監督學習則是兩者的結合，它既包含有標註好的數據，也包含無標註的数据。

機器學習在許多領域都有廣泛的應用，包括但不限於：自然語言處理（NLP）、圖像識別、音頻識別、推薦系統、金融分析、醫療診斷、交通預測等。隨著深度學習技術的飛速發展，機器學習已經成為了一個非常熱門的研究方向。

總之，機器學習是一門非常有趣且應用廣泛的學科。希望通過這一部分的學習，大家能夠對機器學習有更深入的了解。接下來，我們將會進入具體的機器學習模型研究。

啞洞 (dumb hole)

[Unruh 95]

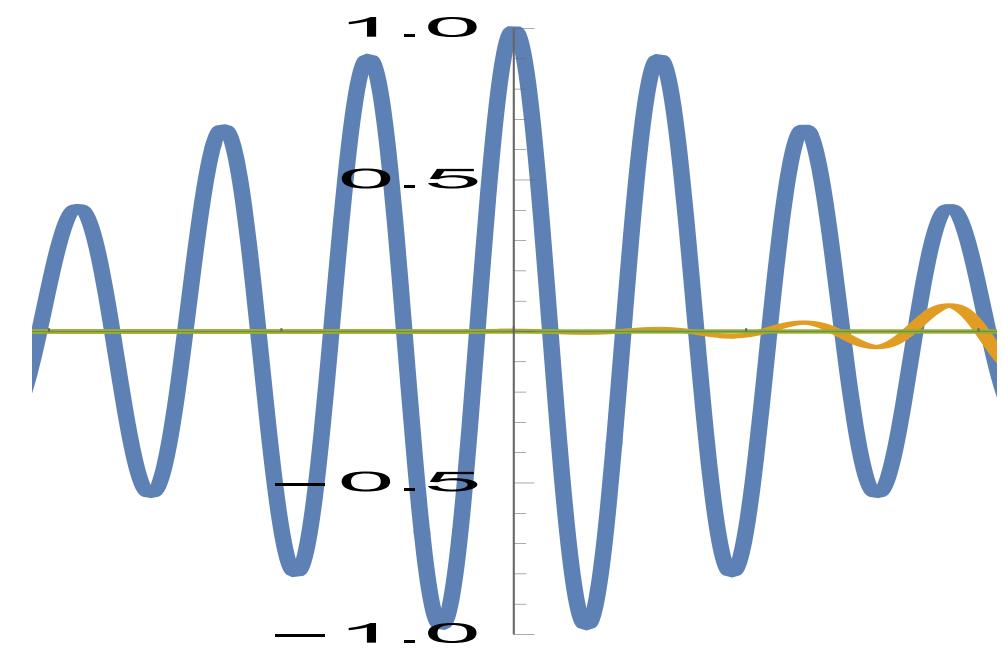


對大啞洞來說，視界面附近，流線幾乎是平行的。

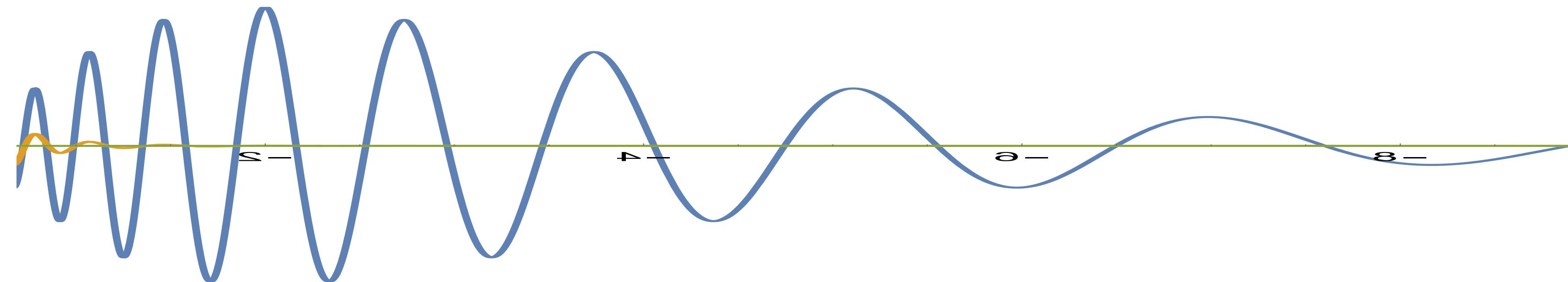
對大黑洞來說，視界面附近，時空幾乎是平的。



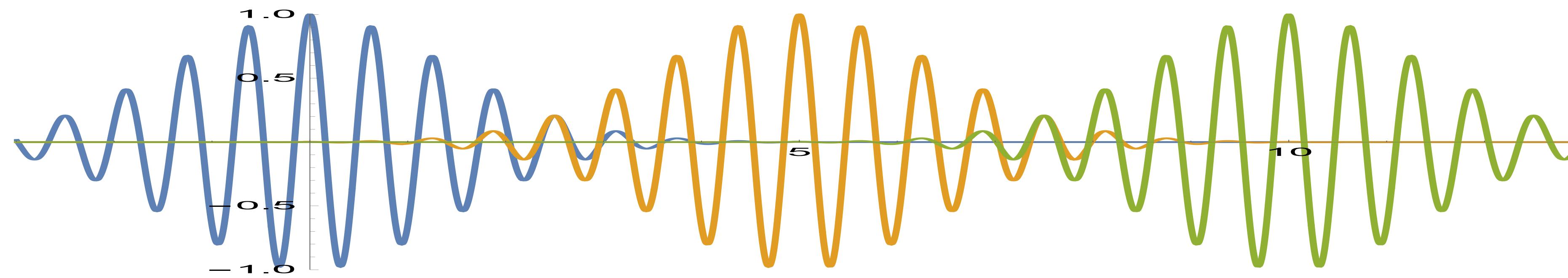
隨波逐流者



屹立不搖者

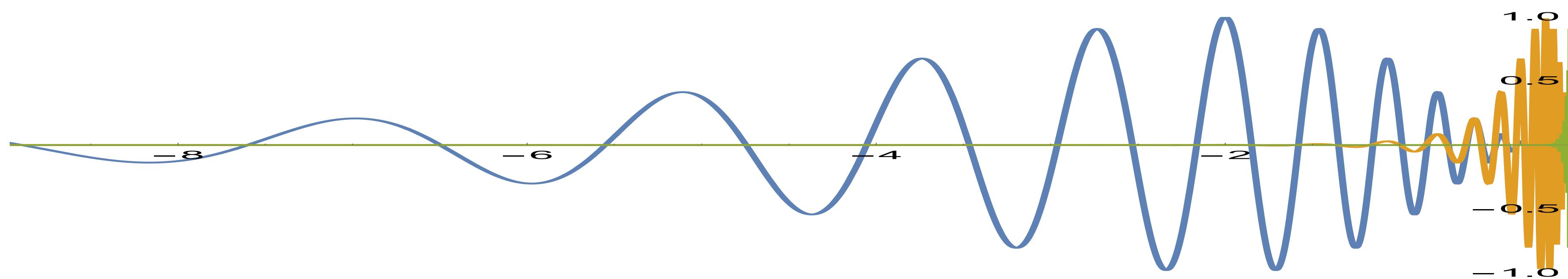


遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）



U

等效原理 (equivalence principle)

自由下墜 = 漂浮太空中 (慣性座標系)

問題：

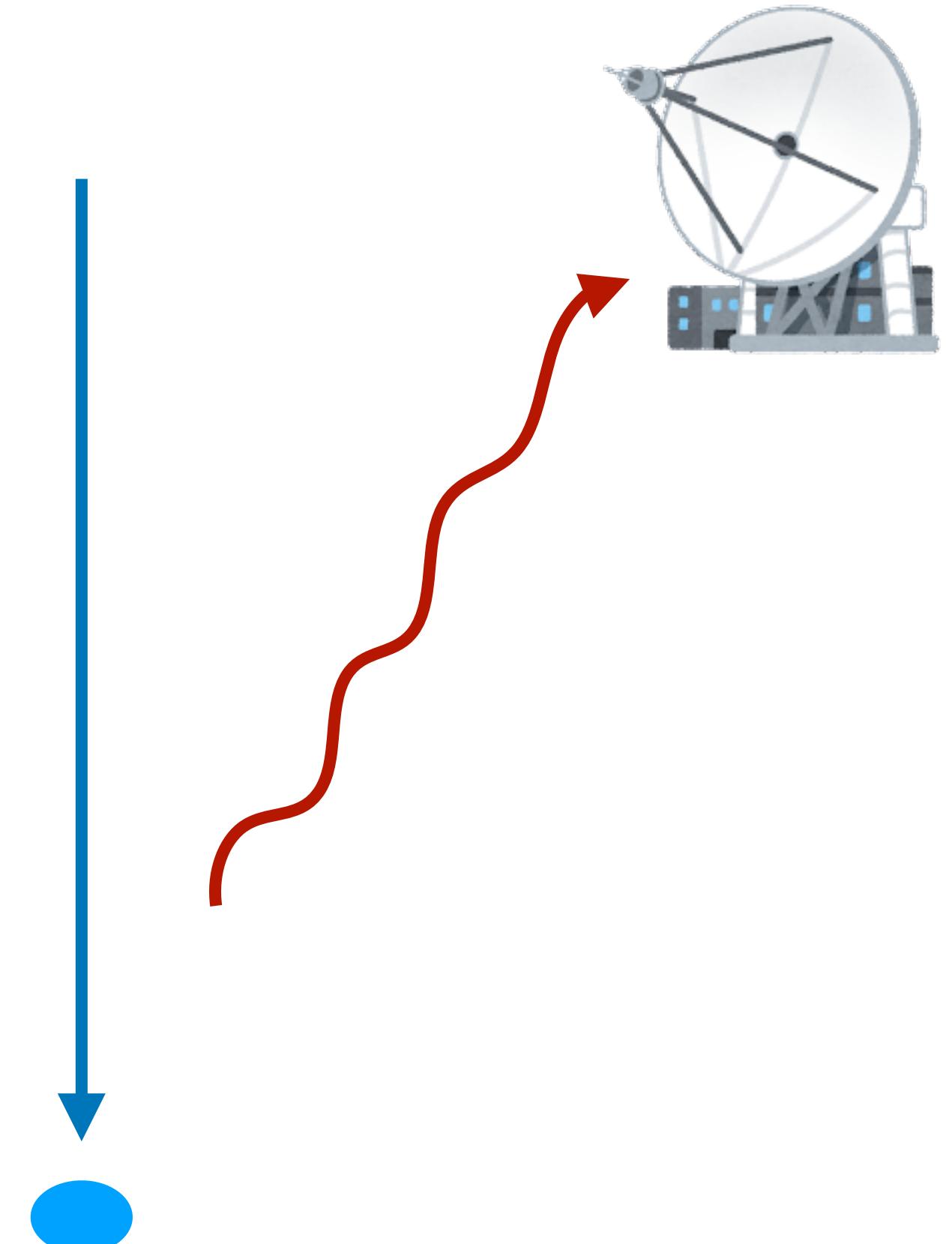
自由下墜的點電荷的加速運動是否會輻射？

等效原理 \Rightarrow 沒有反作用力

\Rightarrow 能量沒有損耗

\Rightarrow 悸論：輻射能量哪裡來？

靜電場能量透過羅倫茲轉換改變 \Rightarrow 輻射能量



黑洞的形成

史瓦西黑洞 (Schwarzschild black hole)

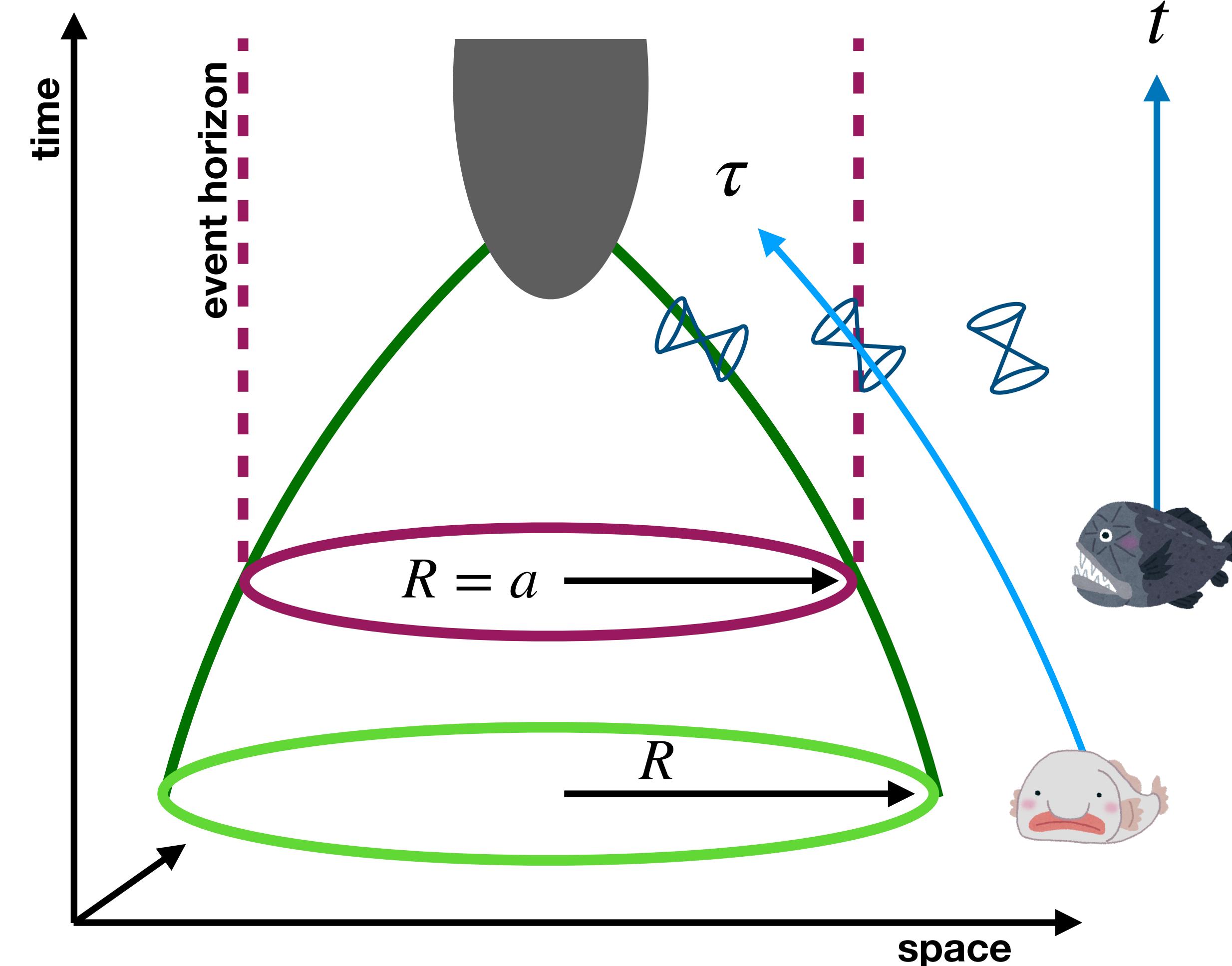
視界面 (event horizon)

史瓦西半徑 : $a \equiv 2G_N M \propto \rho(t)R^3(t)$

$$(c = 1, \quad \hbar = 1, \quad G_N = \ell_p^2)$$

普朗克長度 $\ell_p \sim 10^{-35}m$

$$\frac{\ell_p}{a_\odot} \sim 10^{-38}$$



自由下落觀察者：



立即進入視界面

$$\Delta\tau \sim \mathcal{O}(\ell_p)$$

遠處觀察者：

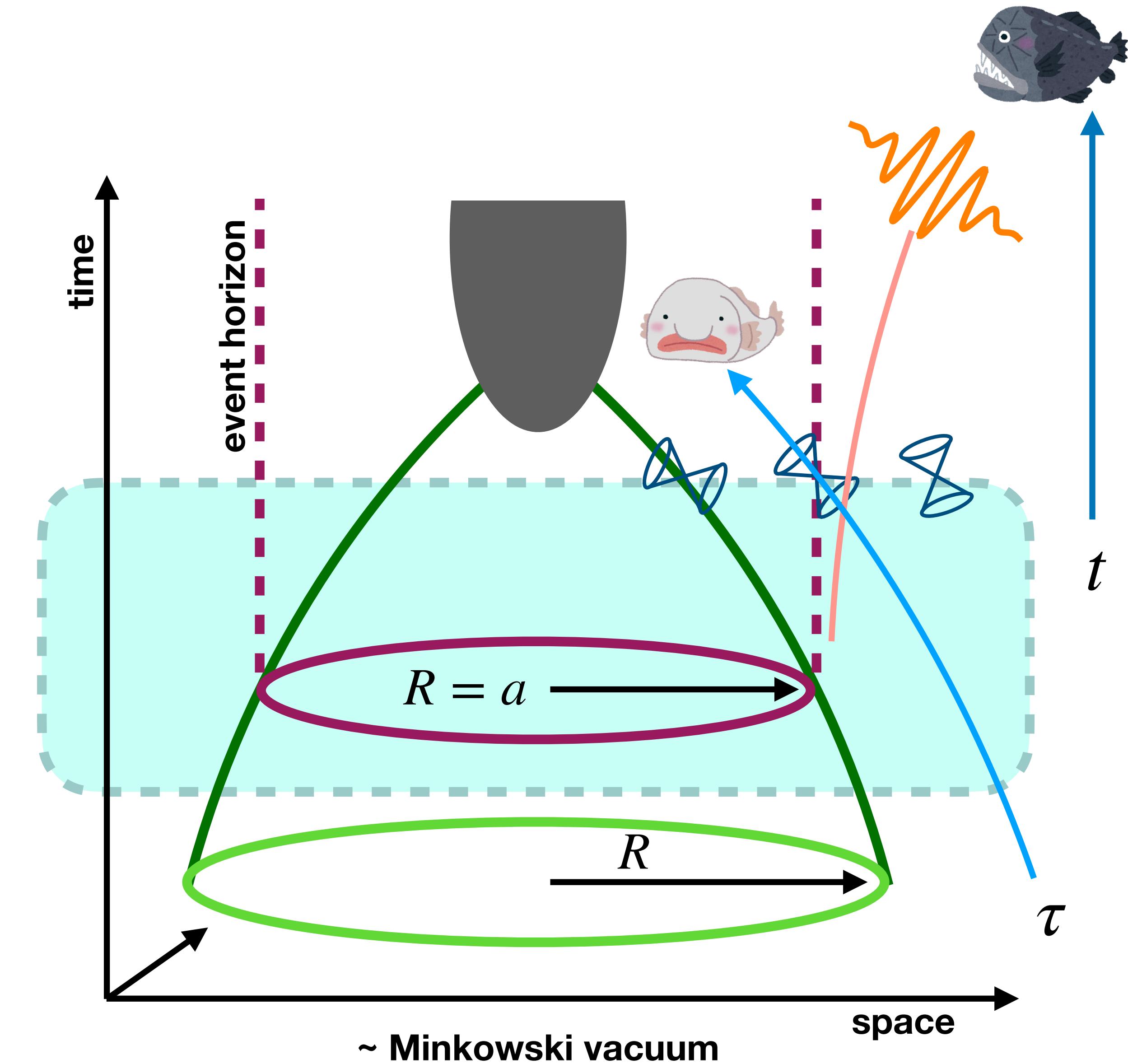


無限長時間進入視界面

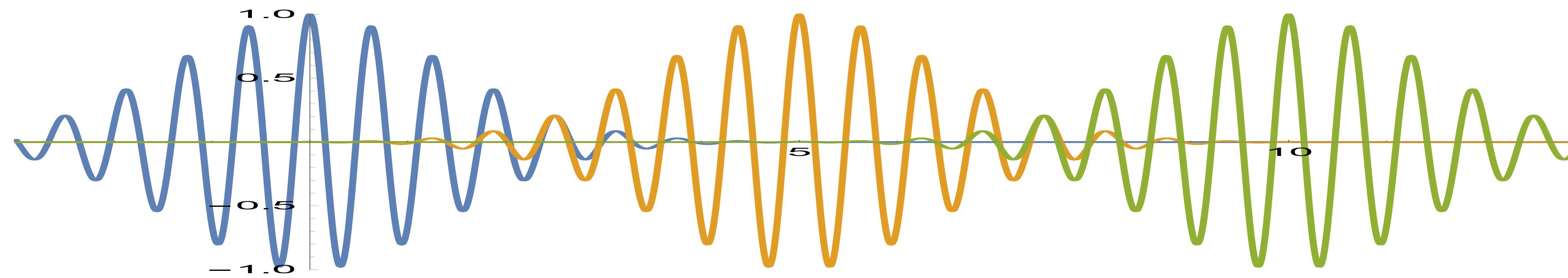
$$\Delta t \rightarrow \infty$$

指數式紅移： $\frac{dt}{d\tau} \sim e^{t/2a} \rightarrow \infty$

$$\Rightarrow \Omega = \omega e^{t/2a}$$

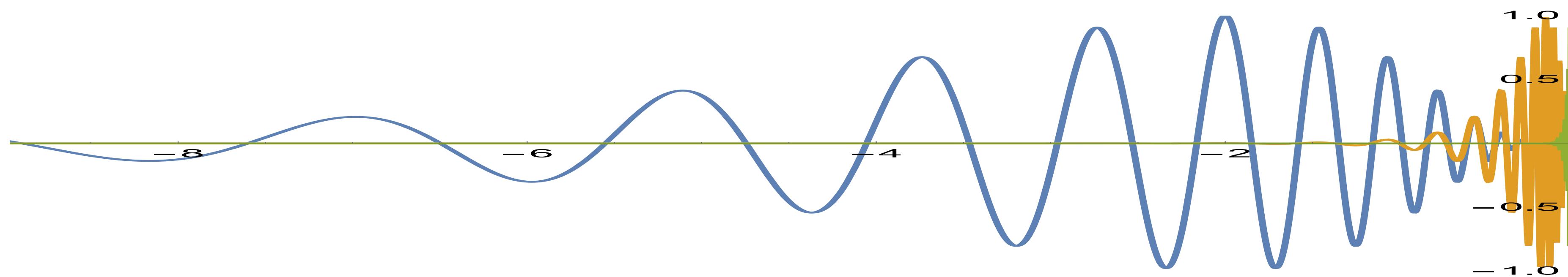


遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）



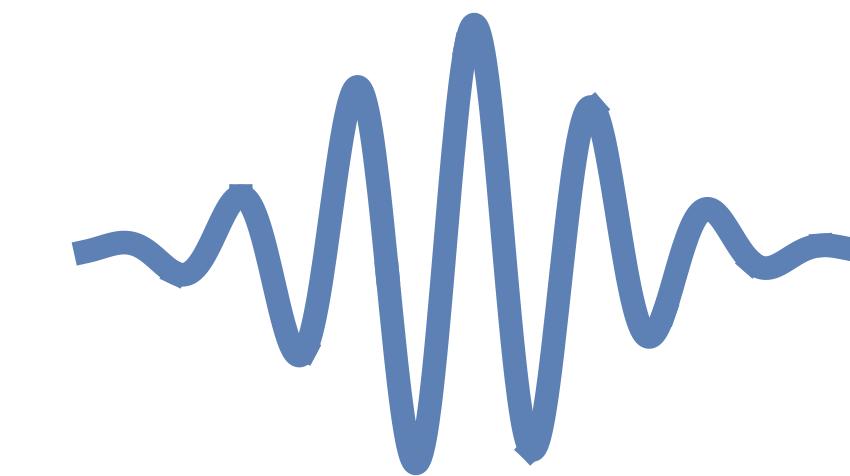
U

霍金輻射 (Hawking radiation)

安魯效應 (Unruh Effect) 亦同

量子力學：

粒子 \leftrightarrow 波 & 能量 \leftrightarrow 頻率



量子場論：

正頻率 \rightarrow 正能量 \rightarrow 粒子

負頻率 \rightarrow 負能量 \rightarrow 反粒子

$$e^{i\omega t} \quad \text{vs} \quad e^{-i\omega t}$$

時間定義不同 \leftrightarrow 頻率定義不同 \leftrightarrow 粒子反粒子定義不同

霍金輻射 (Hawking radiation)

[Hawking 76]

假設自由下墜觀察者  不覺得有輻射（真空）

則遠處觀察者  會觀察到熱輻射

$$\text{霍金溫度 } T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G_N M}$$

$$\text{輻射波長 } \sim \frac{1}{a} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \sim a^3 / \ell_p^2 \quad \text{才會蒸發完}$$

對一個時間 τ 來說「沒有粒子的真空」= 對另一個時間 t 來說「有粒子的背景」

真空定義不同 \Rightarrow 霍金輻射 \Rightarrow 黑洞蒸發 \Rightarrow 訊息？

2. 為何重要

有效理論 effective theory

以上所用理論（廣義相對論、量子場論）都是「有效理論」。

不是最終理論 (theory of everything)

有效理論的適用範圍有限：

廣義相對論、「標準模型」(standard model)

都只適用於夠低/夠高的能量/距離。

→ 訊息悖論 (Paradox) 是根據有效理論所做的推論。

有效理論 effective theory

即使在有效範圍內，有效理論只是近似（小誤差）。

例如：

$$\text{牛頓力學} \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \text{const} \quad \rightarrow \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

量子場論

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{m^2}{2}\phi^2 + \dots + \frac{h}{M_p^8}\phi^2\partial_\mu\partial_\nu\phi\partial^\mu\partial^\nu\phi + \dots$$

但只要符合適用範圍，有效理論應該有效。

有效理論 effective theory

即使在有效範圍內，有效理論只是近似（小誤差）。

例如：

$$\text{牛頓力學} \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \text{const} \quad \rightarrow \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

量子場論

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{m^2}{2}\phi^2 + \cdots + \boxed{\frac{h}{M_p^8}\phi^2\partial_\mu\partial_\nu\phi\partial^\mu\partial^\nu\phi + \cdots}$$

但只要符合適用範圍，有效理論應該有效。

有效理論是否有效？

stupendously large BH $\sim 10^{11} M_{\odot} \sim 10^{41} \text{ kg}$

→ 視界面重力常數 $\sim 10^{-9} \text{ m/s}^2 \sim 10^{-10} \text{ g}$

→ 有效理論 (effective theory) (例如標準模型) 應繼續有效

等效原理 (Equivalence Principle) :

無法區分自由下落和漂浮在太空中

現在可能正在穿越視界面！

訊息悖論 (Paradox): 黑洞蒸發後，訊息去了哪裡？現有理論無法解釋！

需要「量子重力理論」嗎？

有效理論是否有效？

弦論包含量子重力作用

Hawking: “有效理論 (effective theory) 預測訊息遺失。”

有效場論錯了嗎？

解耦定理 (decoupling theorem):

除非計算中出現高能量的事件 量子重力不會影響有效場論

(“平滑截面論點” (nice-slice argument) \Rightarrow 沒有高能量事件)

訊息悖論是否表示有效理論會無故失效？！

類比問題

牛頓力學 vs 相對論性力學

用牛頓力學處理一個物理問題，假設過程和結果沒有任何物體的速度接近光速，但是結果有很大的錯誤（例如誤差是 100%），或產生矛盾，如果用相對論性力學重算一次，會得到正確的結果嗎？

古典物理 vs 量子物理

所有的物理理論都是有效理論，如果有有效理論的預測會沒有原因的失效，物理理論的預測將毫無確定性。

為何關心悖論？

悖論常常幫助我們理解

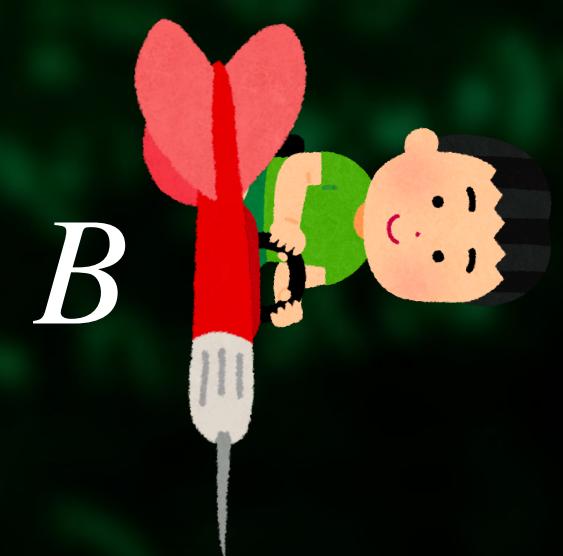
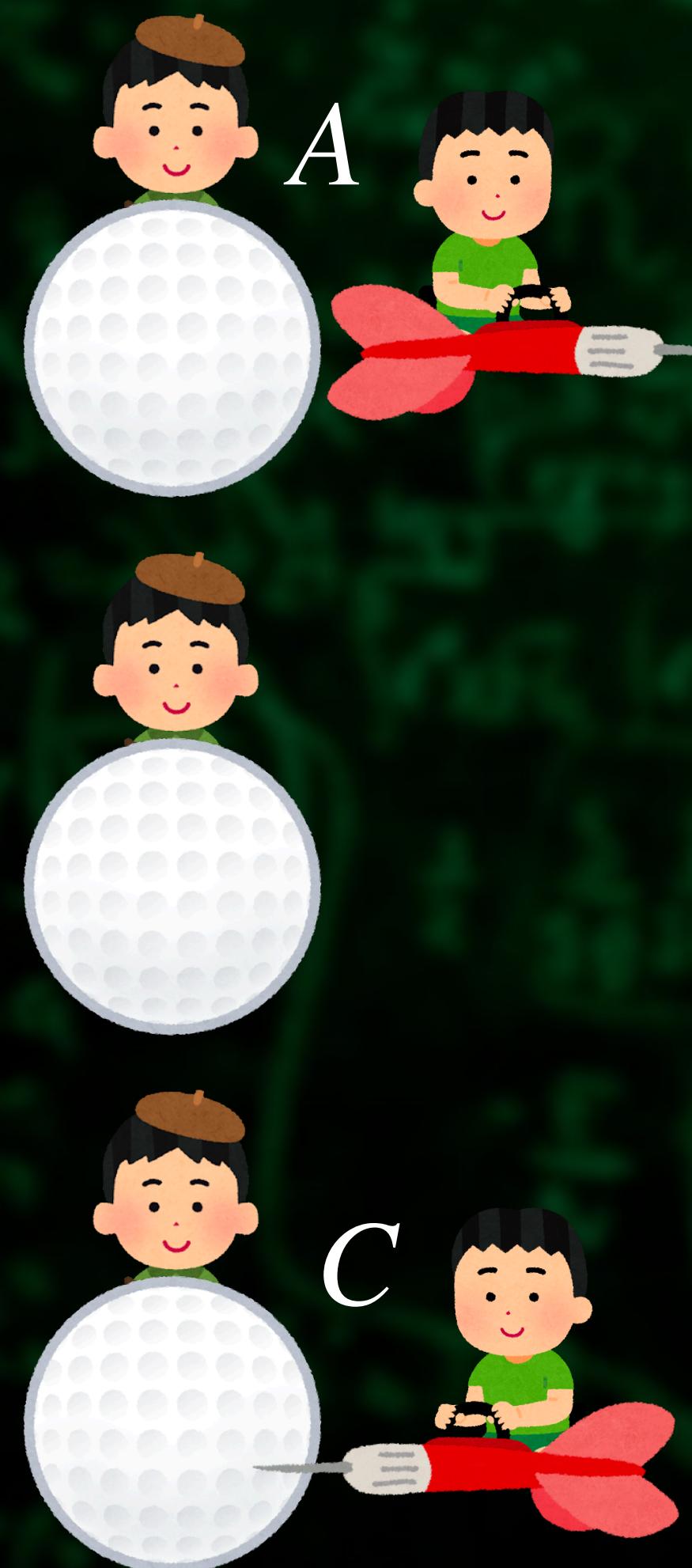
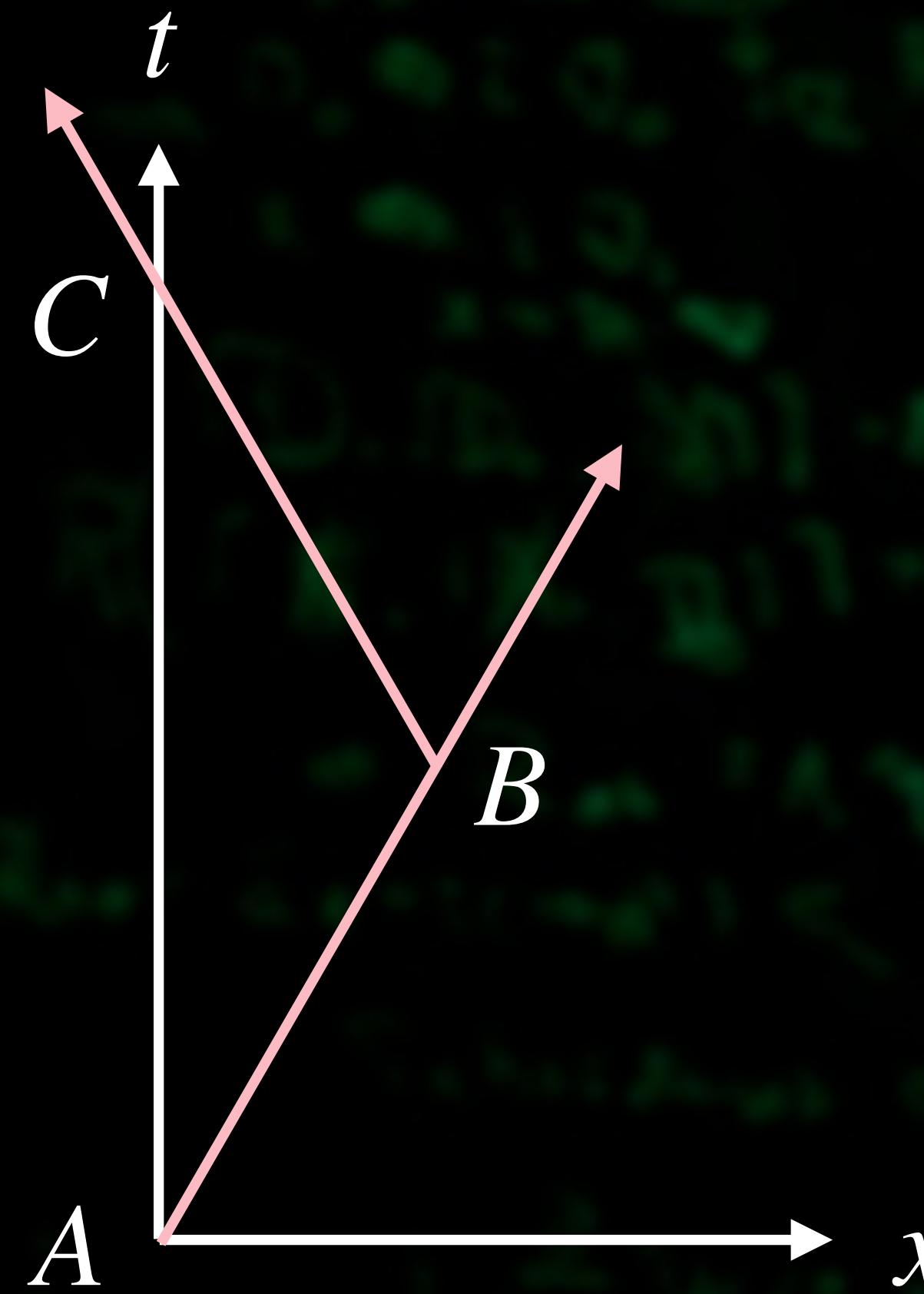
或教我們一些新的東西

例如：雙生子悖論、穀倉與梯子悖論

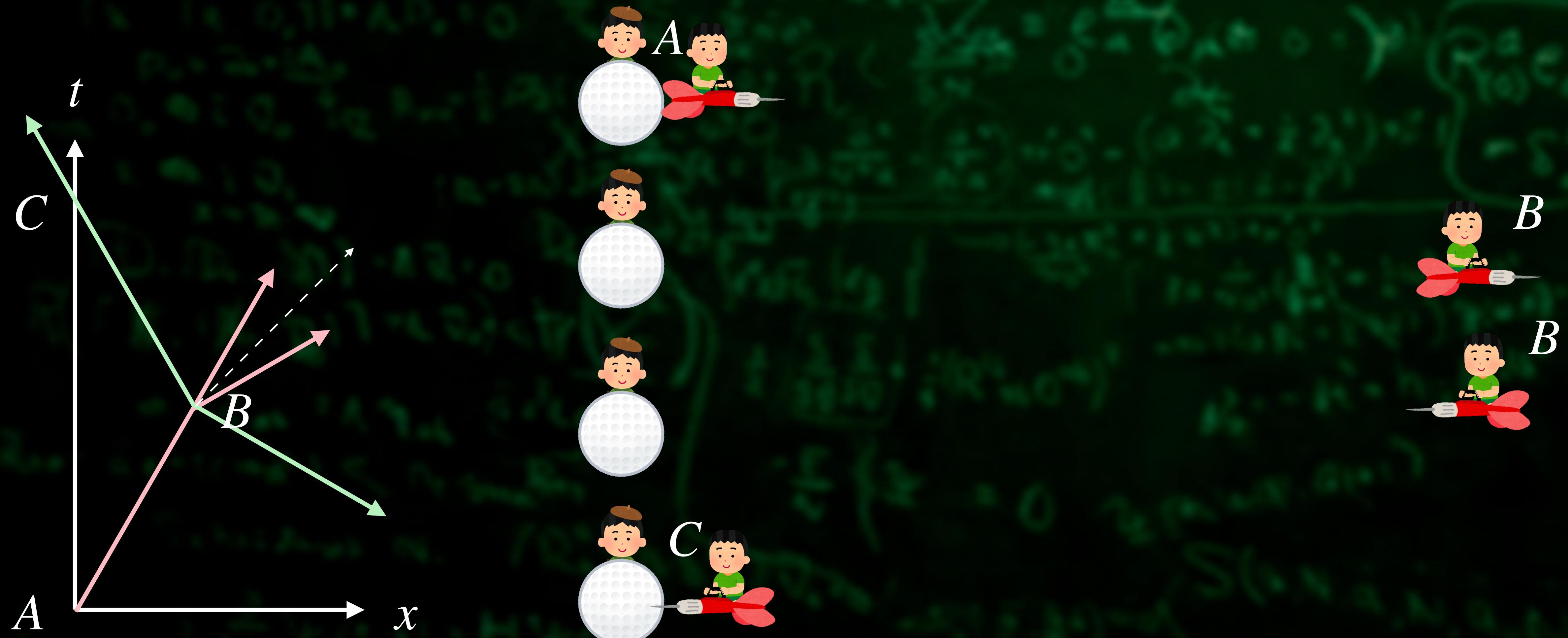
很多人相信訊息悖論會提供

關於量子重力理論的重要資訊。

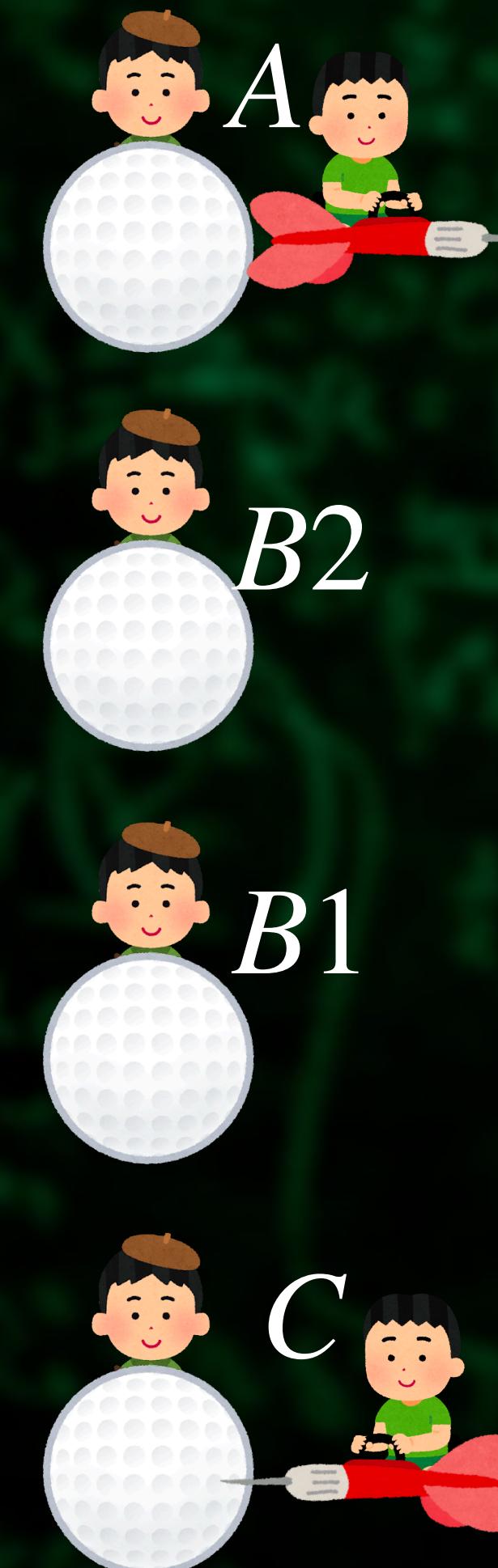
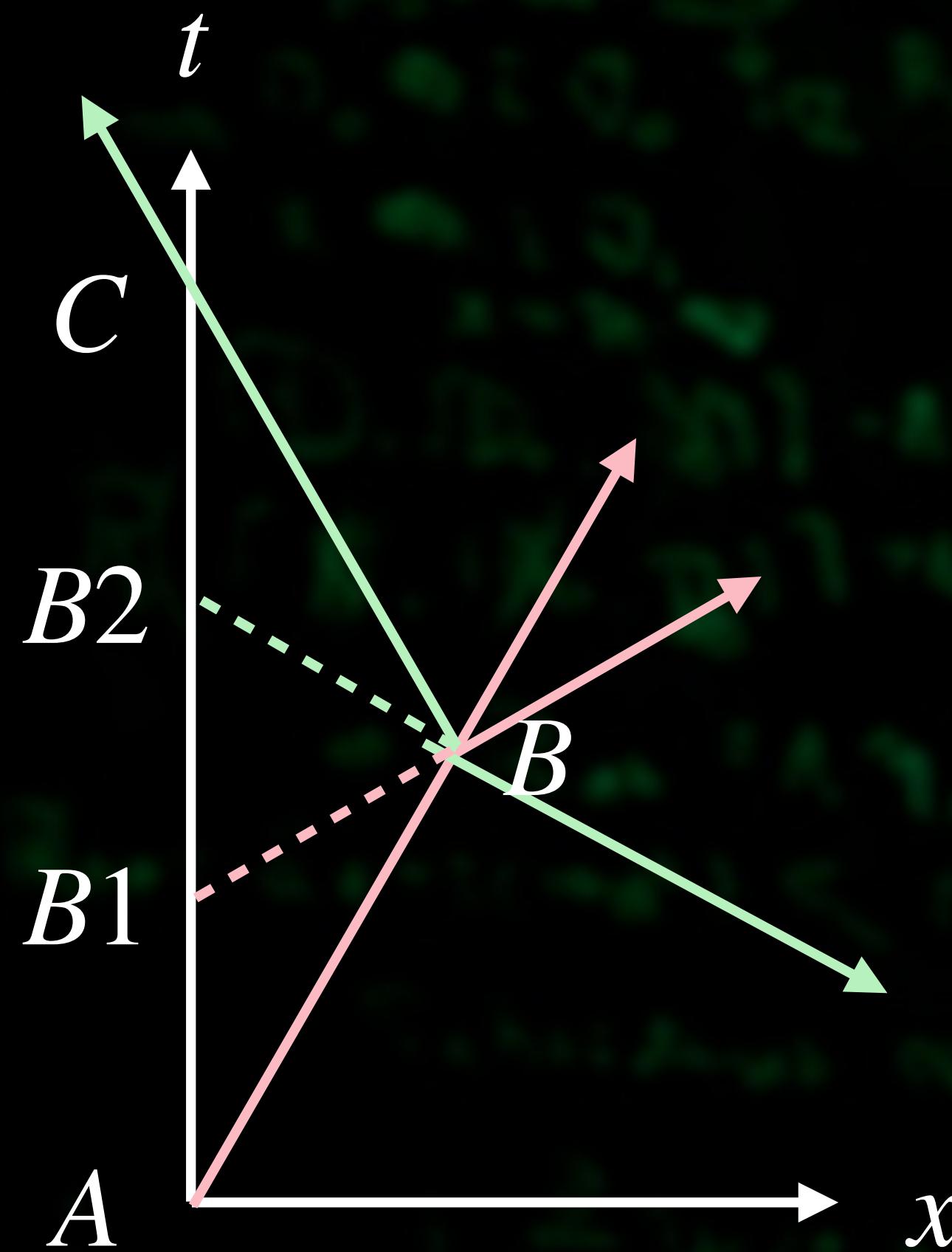
雙生子悖論 (twin paradox)



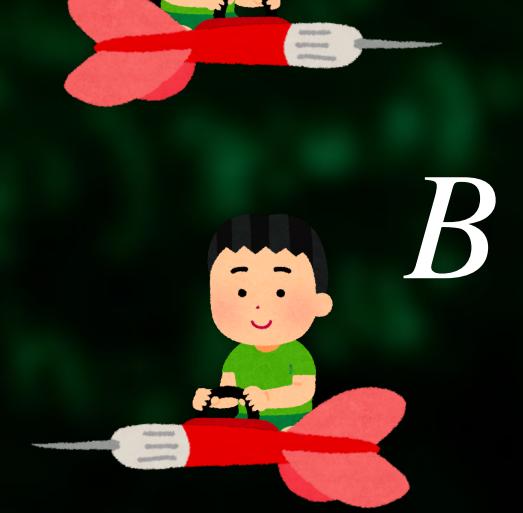
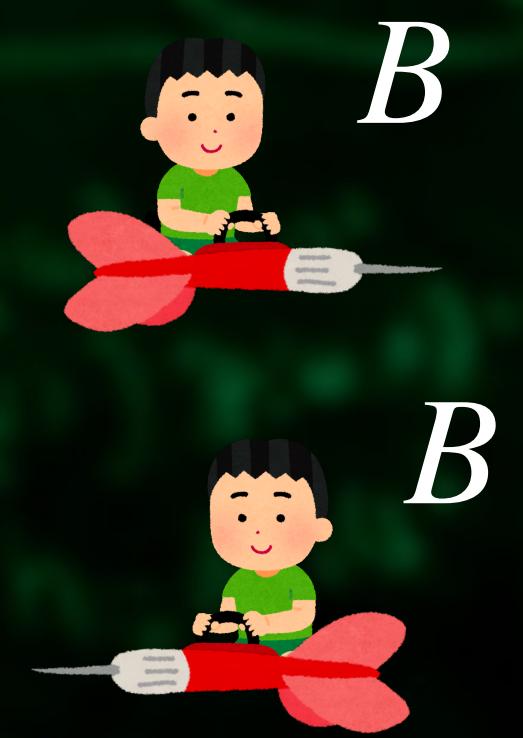
雙生子悖論 (twin paradox)



雙生子悖論 (twin paradox)



兩座標系之同時性不同



穀倉與梯子悖論 (barn and ladder paradox)



穀倉與梯子悖論 (barn and ladder paradox)



穀倉與梯子悖論 (barn and ladder paradox)



悖論常常可以教我們一些事

3. 可能答案

跨普朗克問題 (trans-Planckian problem)

['t Hooft 85]

遠處霍金輻射中的粒子 $\omega \sim 1/a$ 對應到視界面附近的波包能量

$$\Omega \sim \omega \frac{dt}{d\tau} \simeq \frac{1}{a} e^{t/2a}$$

攪亂時間 (scrambling time)

$$t \sim na \log(a^2/\ell_p^2),$$

$$\text{for } n > 1: \quad \Omega \sim M_p \times \left(\frac{a}{\ell_p} \right)^{n-1} \gg M_p$$

$$\ell_p \sim 10^{-35} m, \quad a_\odot \sim 3000 m$$

$$t \sim n \times 10^{-3} s$$

$$M_p = \frac{1}{\ell_p}$$

但沒有影響大多文獻中對霍金輻射的預測 …… 原因：非羅倫茲不變量

平滑截面論點 (nice-slice argument)

[Polchinski 95]

時空曲率 $\sim \mathcal{O}(1/a)$.

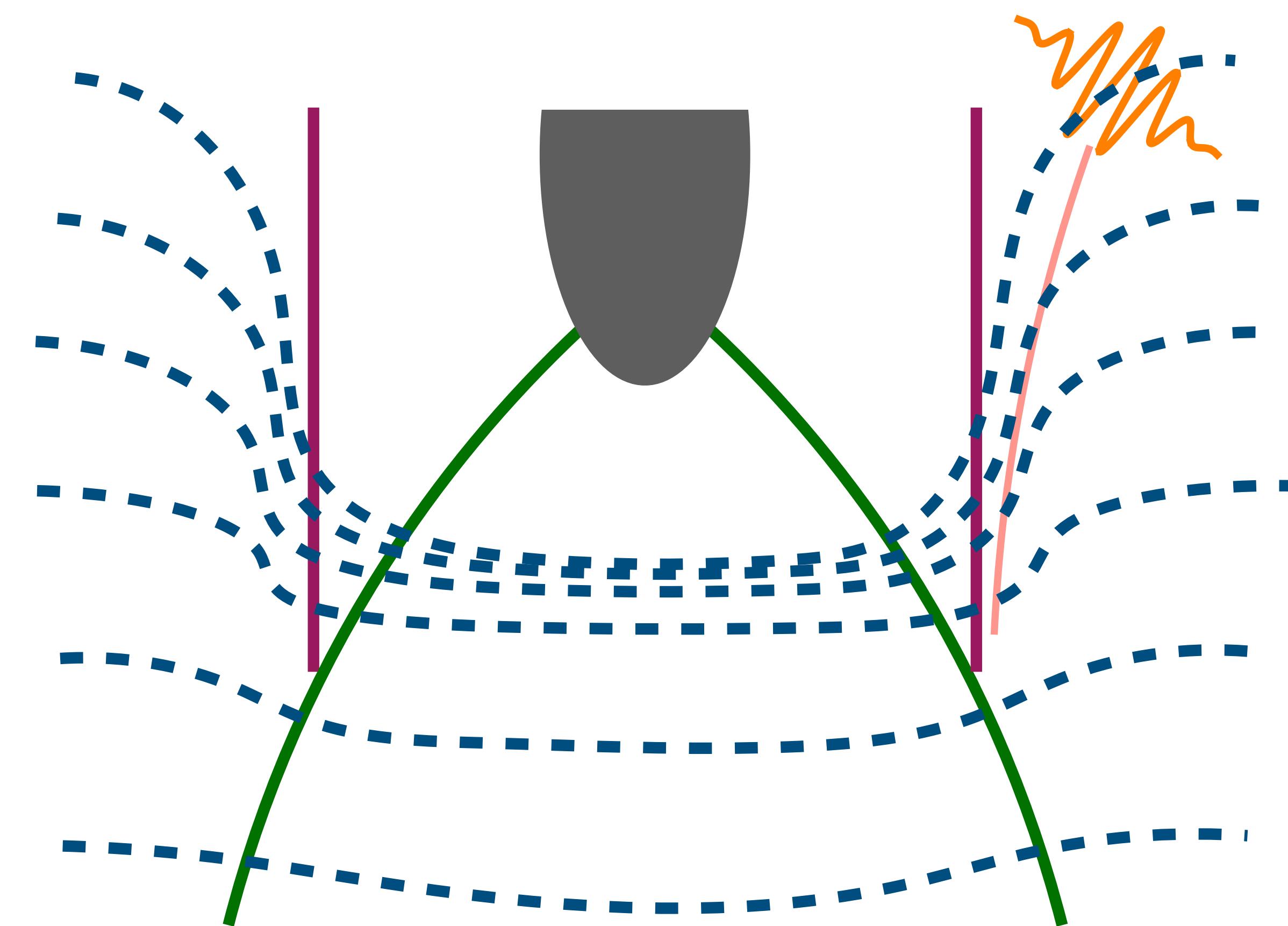
絕熱定理 (adiabatic theorem) \Rightarrow

時間演化激發能量 $\lesssim \mathcal{O}(1/a)$

\Rightarrow 沒有高能量事件

\Rightarrow 有效理論繼續有效

↑
解耦定理



平滑截面論點 (nice-slice argument)

[Polchinski 95]

時空曲率 $\sim \mathcal{O}(1/a)$.

絕熱定理 (adiabatic theorem) \Rightarrow

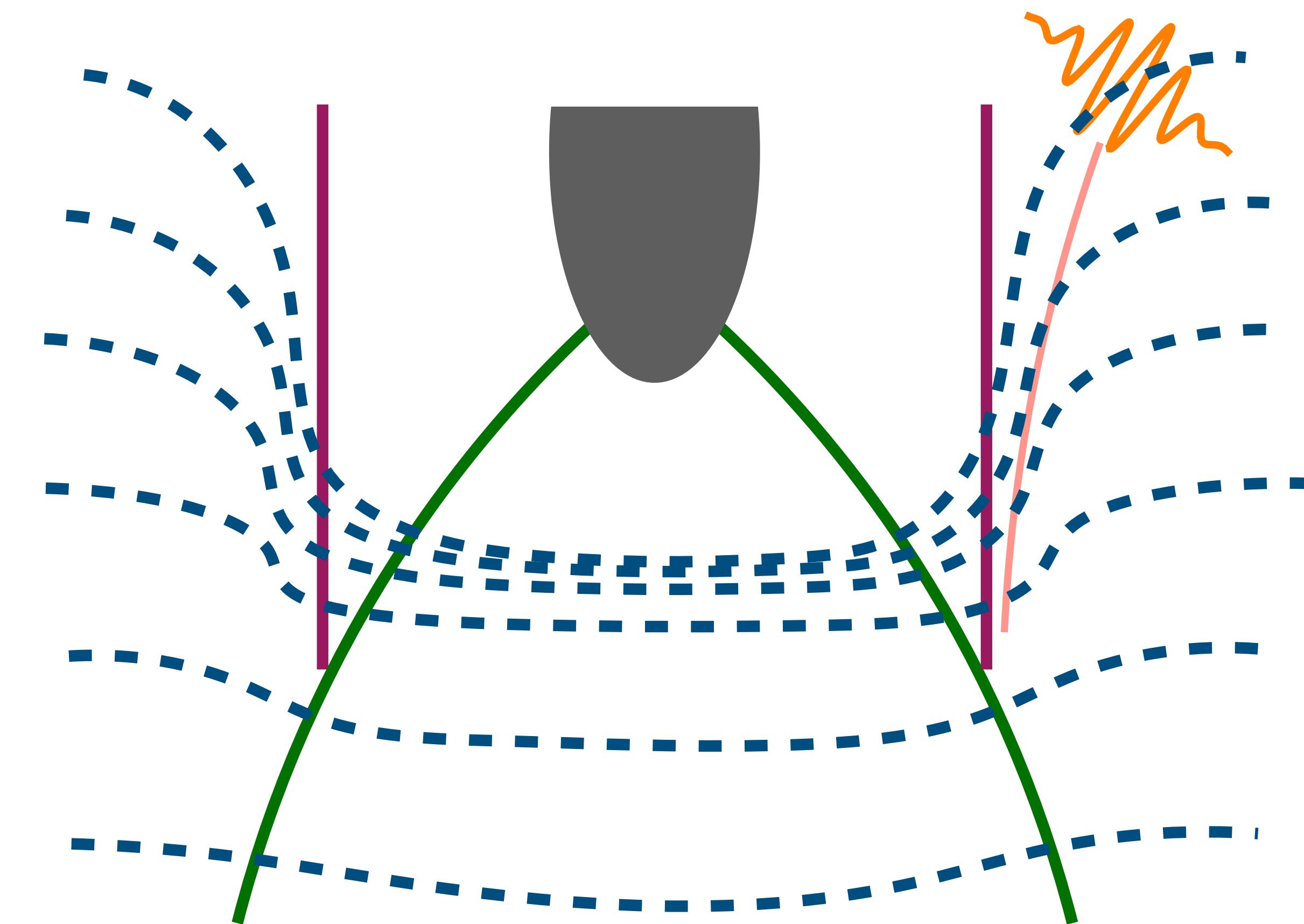
時間演化激發能量 $\lesssim \mathcal{O}(1/a)$

\Rightarrow 沒有高能量事件

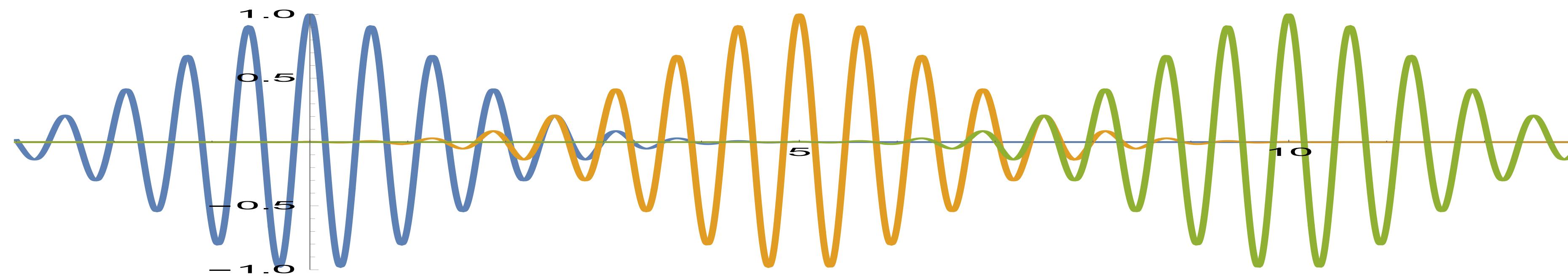
\Rightarrow 有效理論繼續有效

↑
解耦定理 \leftarrow 漏洞

「觀測」可引入高能量事件

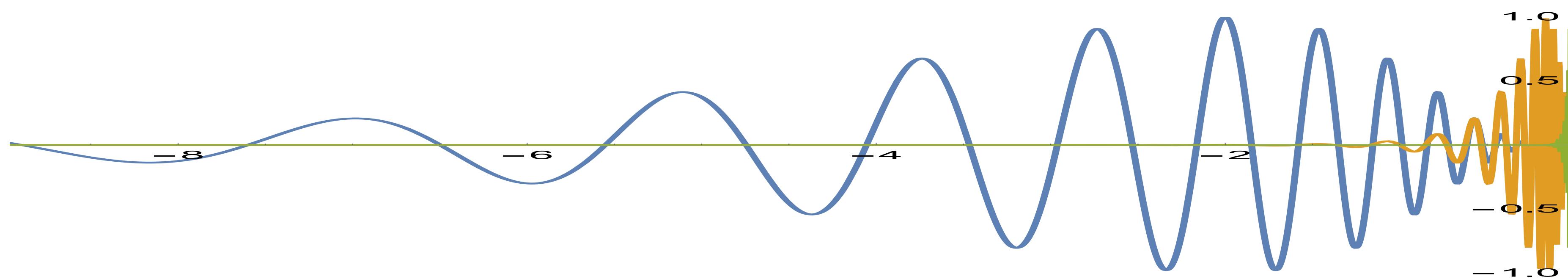


遠處觀察者（時間 t ）



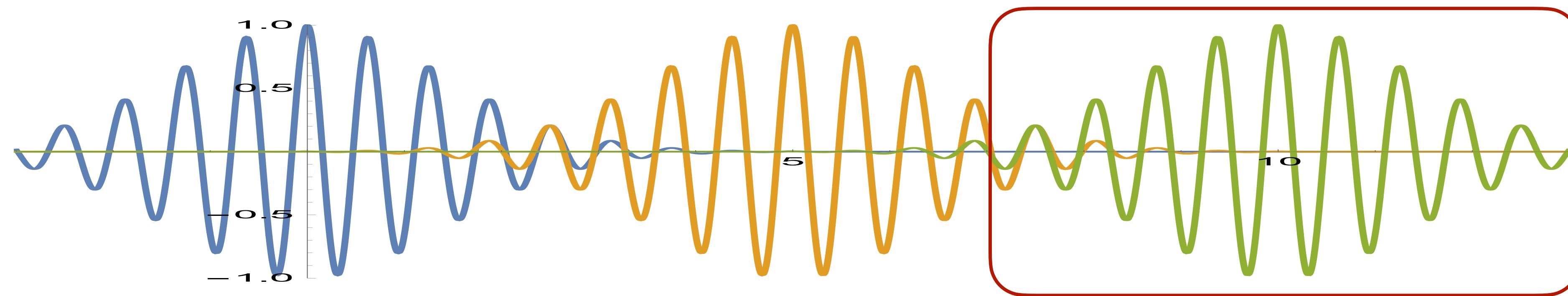
u

自由下落觀察者（時間 τ ）



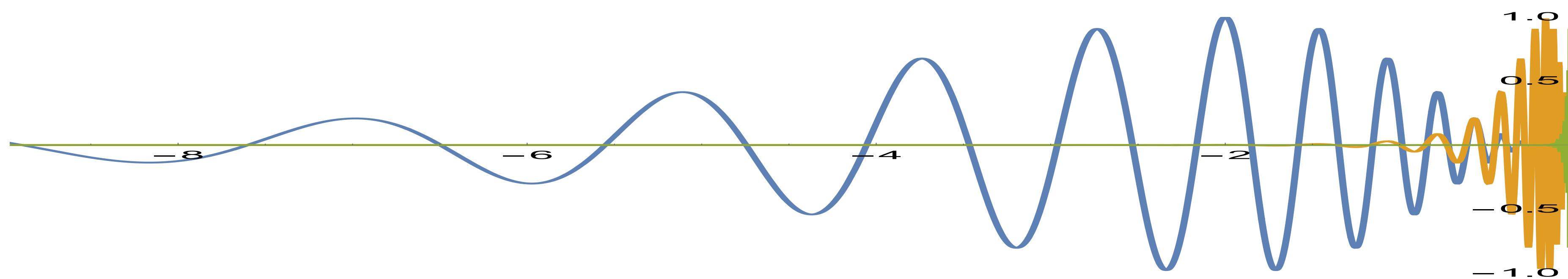
U

遠處觀察者（時間 t ）



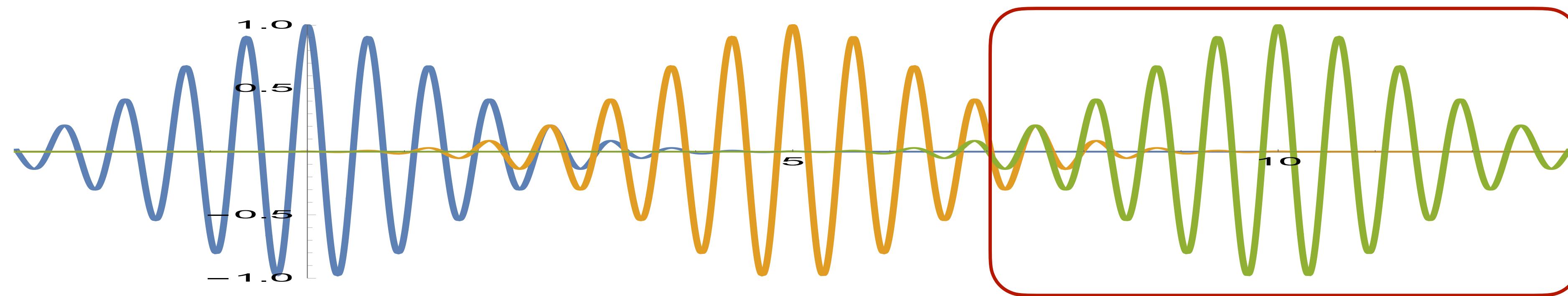
u

自由下落觀察者（時間 τ ）



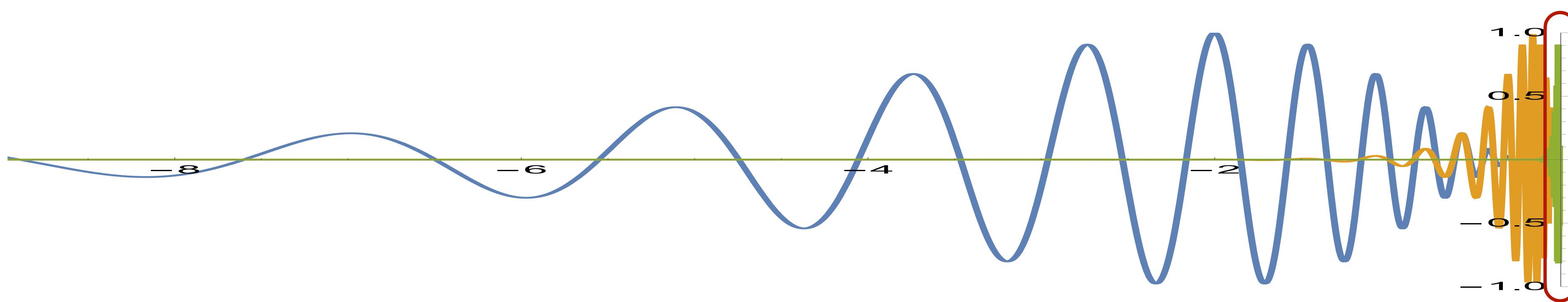
U

遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）



U

物質與輻射場間的量子交互作用

[PMH-Yokokura 20, PMH 20, PMH-Kawai-Yokokura 21]

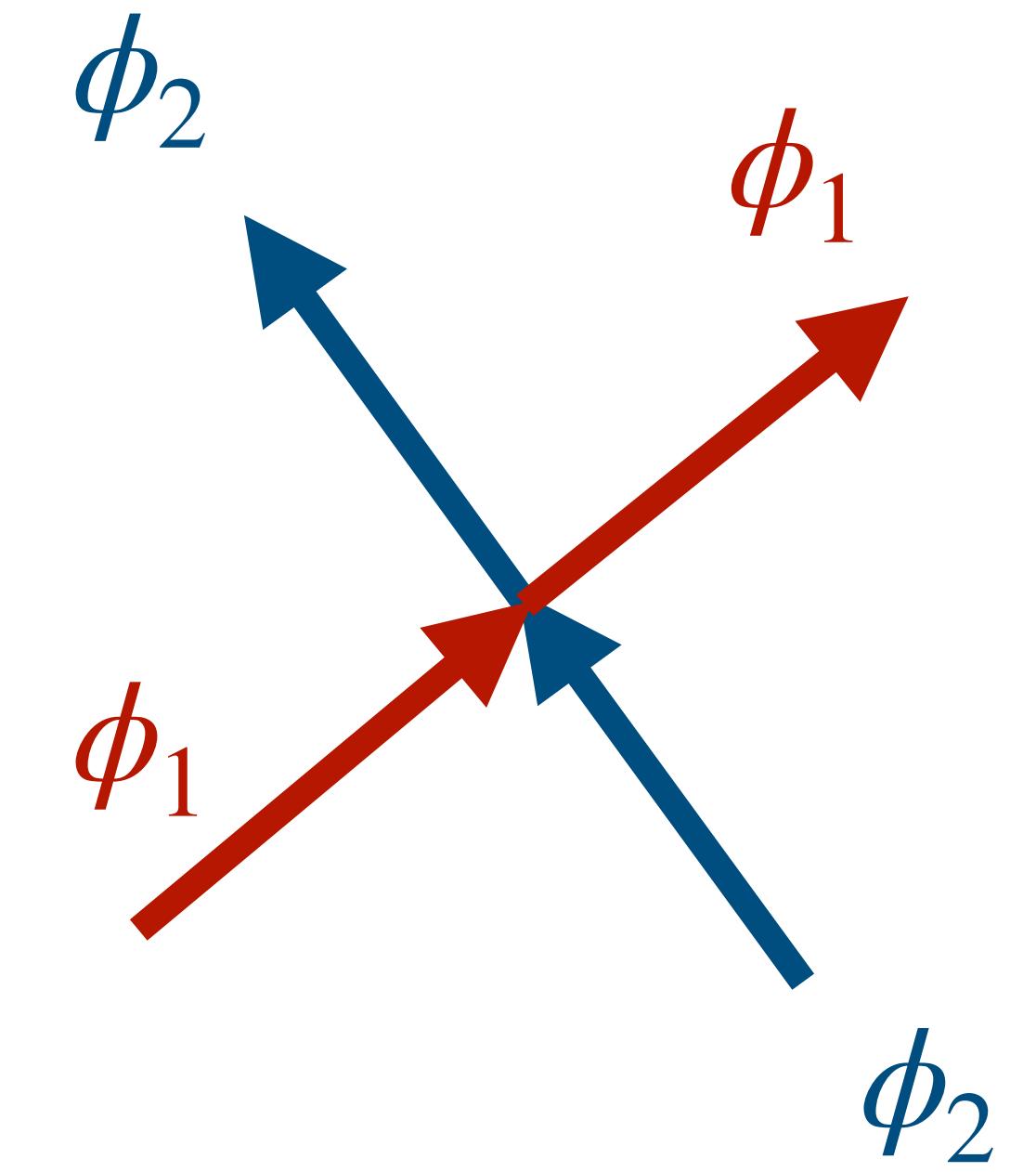
坍塌物質和輻射場之間的交互作用

質心能量是羅倫茲不變量

$$E_{CoM}^2 = P_{in}^{matter} P_{out}^{rad} \geq \frac{1}{a} \times \Omega \sim \frac{1}{a^2} e^{t/2a}$$

$$t \gtrsim 2a \log \left(a^2 / \ell_p^2 \right) \Rightarrow E_{CoM} \gtrsim M_p$$

$$t \gtrsim 2na \log \left(a^2 / \ell_p^2 \right) \Rightarrow E_{CoM} \gtrsim M_p \times \left(\frac{a}{\ell_p} \right)^{n-1}$$



如果有能量上限 (UV cut off)，還有霍金輻射嗎？

物質與輻射場間的量子交互作用

[PMH-Yokokura 20, PMH 20, PMH-Kawai-Yokokura 21]

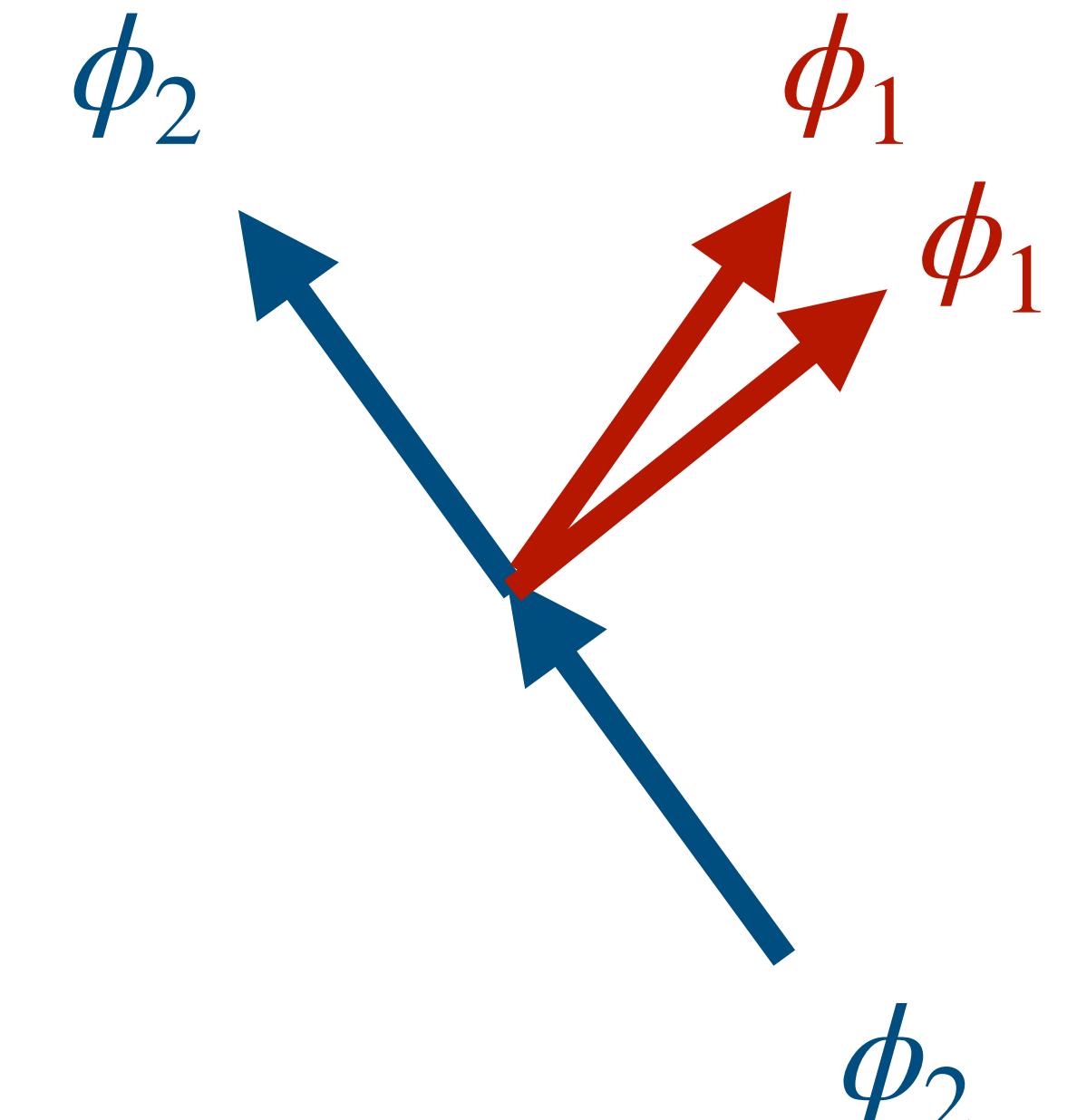
高次微分交互作用 ($\propto \Omega^n$) 可以造成很大的散射振幅：

$$\mathcal{A} \sim \left(\frac{\ell_p^2}{a^2} \right)^m e^{kt/2a} \quad \text{for some } m, k > 0$$

攪亂時間 (scrambling time)

不可重整化交互作用

$$t \gtrsim \# \cdot a \log \left(a^2 / \ell_p^2 \right) \Rightarrow \mathcal{A} \gtrsim \mathcal{O}(1)$$



有效理論有無限多高次微分交互作用量

\Rightarrow 有效理論失去預測力

有效理論 effective theory



理論空間中的極小位移 是否會嚴重影響預測？

會的話 → 有效理論失去預測力。

並不是因為有高能量事件自動出現（平滑截面論點無誤）

是因為遠處的測量對應於視界面附近的高能量測量。

等效原理？

如果遠處觀察者



量到有輻射向外，

對自由下落的觀察者



來說，

在視界面附近，此輻射的能量應該非常大 (Firewall)。

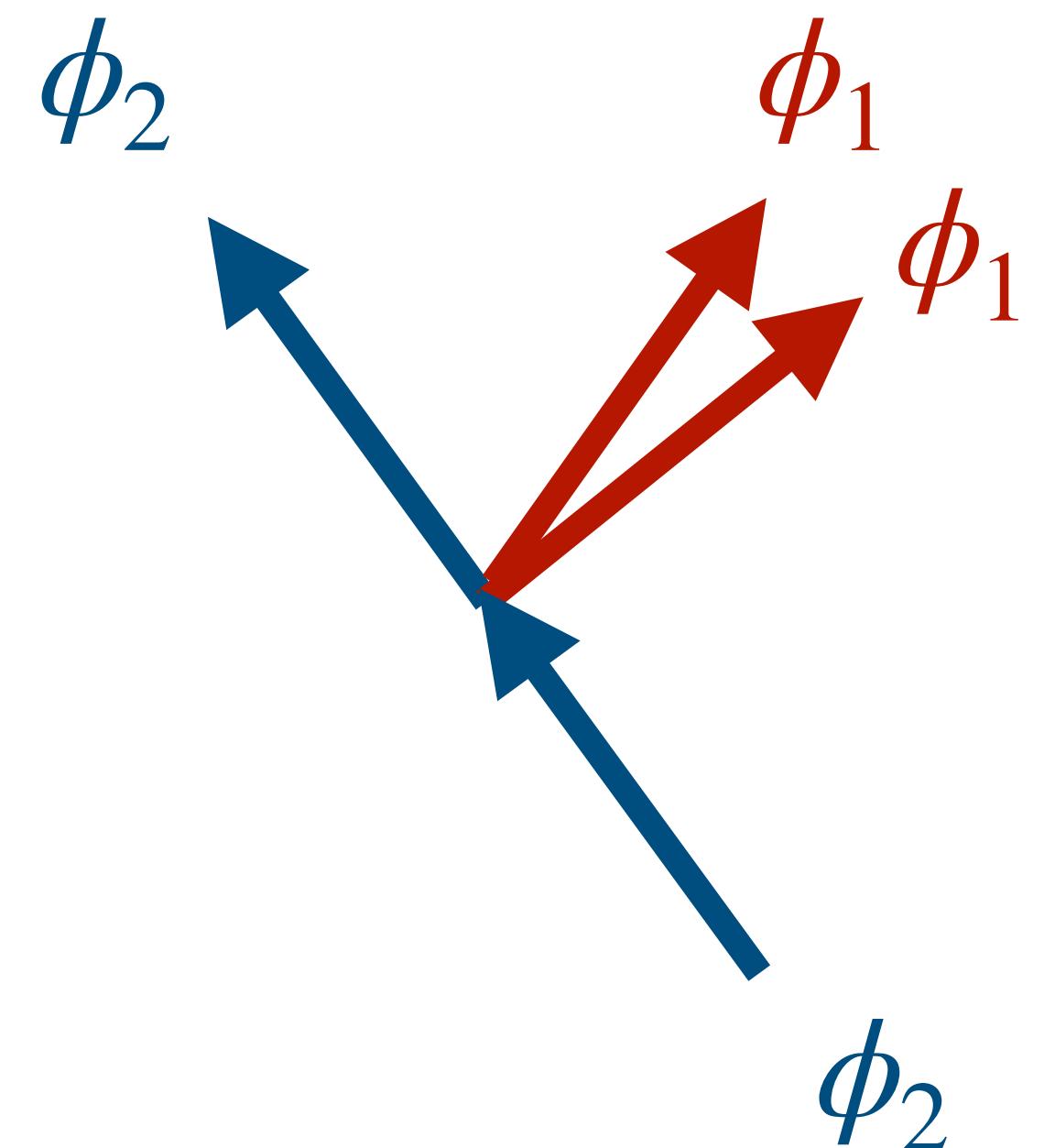
是否違反能量守恆？

是否會讓自由下落的觀察者

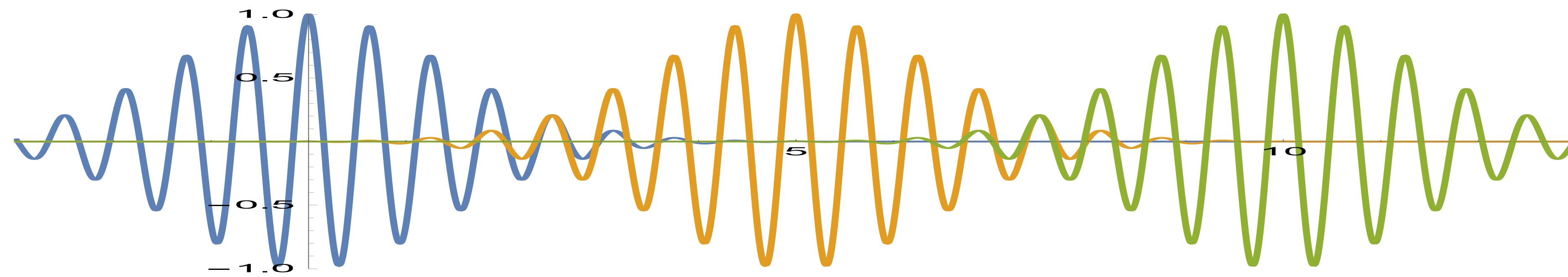


感受到？

違反等效原理？



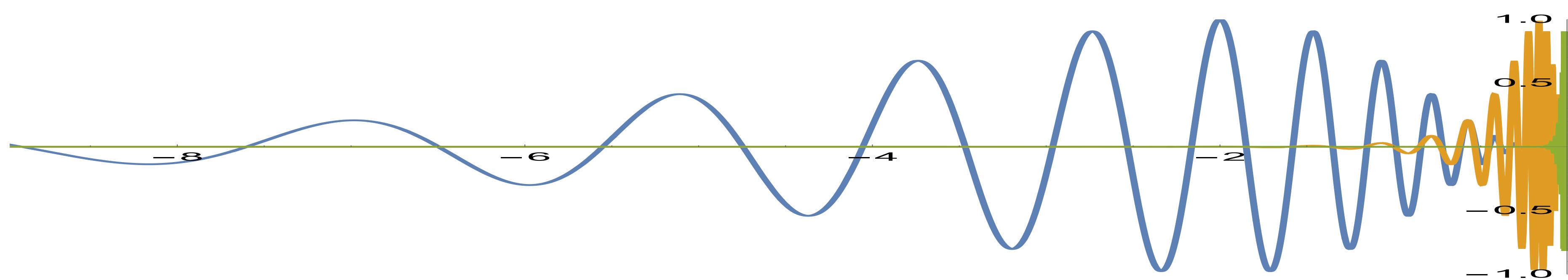
遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）

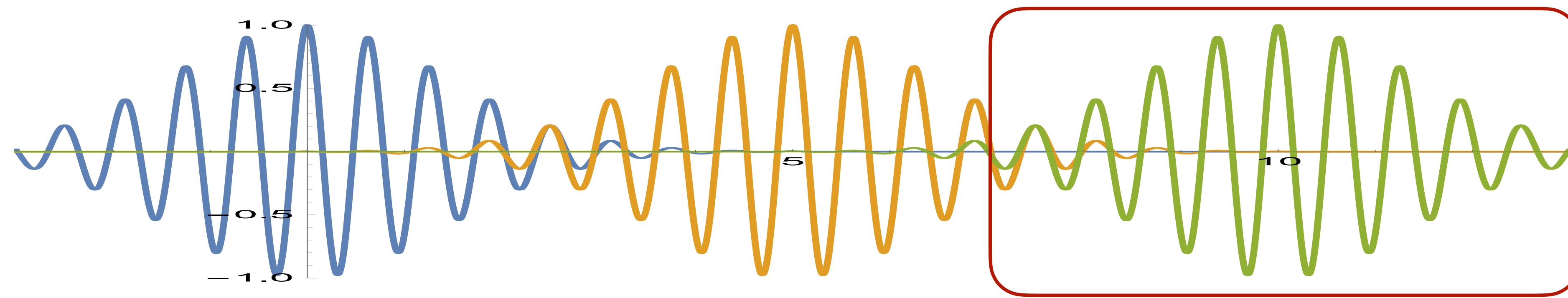
$$\Omega = \omega e^{t/2a}$$



U

$$\psi \rightarrow (\langle \omega \rangle, \Delta\omega) \text{ or } (\langle \Omega \rangle, \Delta\Omega)$$

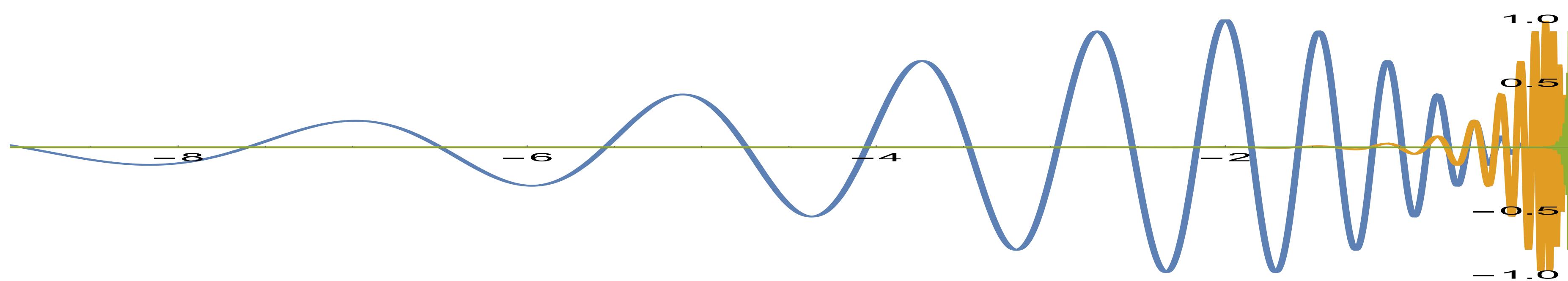
遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）

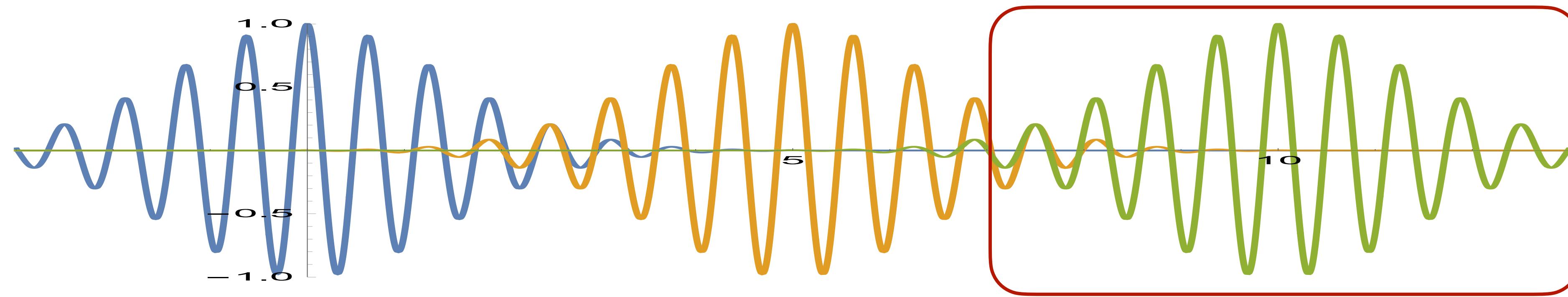
$$\Omega = \omega e^{t/2a}$$



U

$$\psi \rightarrow (\langle \omega \rangle, \Delta\omega) \text{ or } (\langle \Omega \rangle, \Delta\Omega)$$

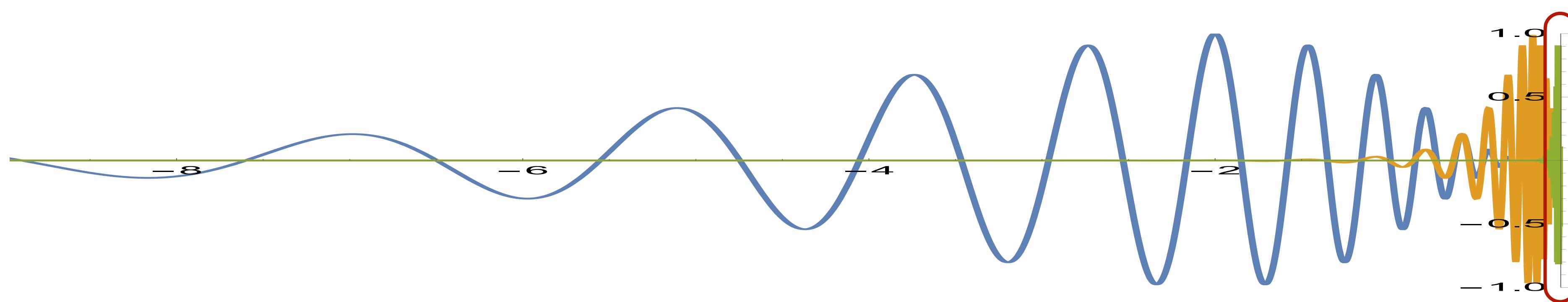
遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）

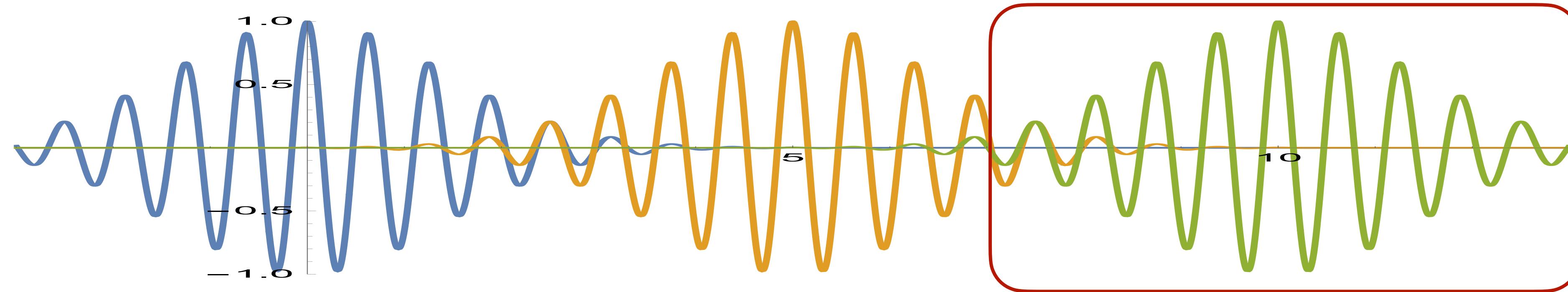
$$\Omega = \omega e^{t/2a}$$



U

$$\psi \rightarrow (\langle \omega \rangle, \Delta\omega) \text{ or } (\langle \Omega \rangle, \Delta\Omega)$$

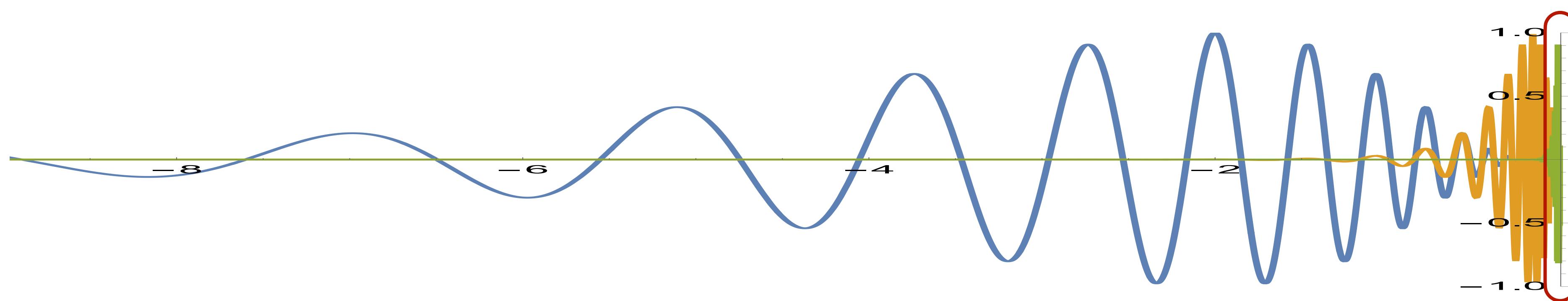
遠處觀察者（時間 t ）



u

自由下落觀察者（時間 τ ）

$$\Omega = \omega e^{t/2a}$$



U

$\psi \rightarrow (\langle \omega \rangle, \Delta\omega) \text{ or } (\langle \Omega \rangle, \Delta\Omega)$

測不準原理

[PMH-Kawai-Yokokura 21]

$$H_t = -i\partial_t, \quad H_\tau = -i\partial_\tau = e^{t/2a}H_t \quad (c=1, \hbar=1.)$$

$$\Rightarrow [H_t, H_\tau] = -\frac{i}{2a}H_\tau$$

$$\Rightarrow \Delta\Omega \gtrsim \langle\Omega\rangle \quad \text{for} \quad \Delta\omega < \langle\omega\rangle \sim \frac{1}{a}$$

⇒ 相對於自由下落觀察者的能量守恆

並不限制遠處觀察者看到的粒子出現

不同觀察者對粒子的定義不同

量子力學中的範例：粒子的量子態看起來不像粒子：

能量平均值極大，找到任何有限能量的粒子的機率極小，

零能量的機率最大。

$$|\Psi\rangle = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty, \epsilon \rightarrow 0} \mathcal{N} \int_{\epsilon}^{\Lambda} d\Omega \frac{e^{i\theta(\Omega)}}{\sqrt{\Omega}} |\Omega\rangle \quad \mathcal{N} = \left(\log \frac{\Lambda}{\epsilon} \right)^{-1/2}$$

$$\langle \Omega \rangle \equiv \langle \Psi | \hat{\Omega} | \Psi \rangle \rightarrow \infty \quad \Delta\Omega \rightarrow \infty$$

$$\mathcal{P}(0 \leq \Omega < \Omega_1) \propto \log(\Omega_1/\epsilon) \rightarrow \infty, \quad \mathcal{P}(\Omega_1 < \Omega < \Omega_2) \rightarrow 0$$

[古典電磁學中的範例：自由下落的電荷在遠處的輻射。]

結論

有效理論是否有效，不只看是否有高能量事件，
也看是否有高能量觀測。

有效理論失效，霍金的訊息悖論不成立。

如果頻率 Ω 有上限，霍金輻射會在「攪亂時間」消失。

不同觀察者時間定義不同，粒子定義不同，
觀察到的現象可以不同。

Thank you!

參考文獻

- Hawking radiation [Hawking 76]
- “Sonic analog of black holes...” (analog gravity) [Unruh 95]
- “Hawking radiation without trans-Planckian frequencies” [Brout-Massar-Parentani-Spindel 95]
- “Hawking radiation and high-frequency dispersion” [Corley-Jacobson 96]
- “Hawking radiation and ultraviolet regulators” [Hambli-Burgess 96]
- “On the universality of the Hawking effect” [Unruh-Schutzhold 04]
- “Insensitivity of Hawking radiation to an invariant Planck-scale cutoff” [Agullo-Navarro-Salas-Olmo-Parker 09]

參考文獻

- microscopic states counted for BH entropy in string theory [Strominger-Vafa 96]
- BH complementarity? [Susskind-Thorlacius-Uglum 93]
- incompatibility of unitarity, locality, causality in **EFT** – paradox sharpened [Mathur 09, Braunstein-Pirandola-Zyczkowski 09, Almheiri-Marolf-Polchinski-Sully 12]
- quantum entanglement → geometry (AdS/CFT duality) [Maldacena 01, Ryu-Takayanagi 06, Van Raamsdonk 10]
- geometry and entropy intertwined via entanglement – generalized entropy, quantum extremal surface, entanglement wedge [Engelhardt-Wall 14]
- “Island” transferred to a subspace of radiation Hilbert space [Penington 19, Almheiri-Engelhardt-Marolf-Maxfield 19] *Mechanism? Non-local?* [Martinec 22]